

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	9
Тема	Текстовые задачи
Уровень сложности	Повышенный

В качестве заданий № 9 профильного уровня ЕГЭ по математике предлагаются текстовые задачи различной тематики: на движение, на совместную работу, на проценты. Для решения таких задач часто приходится составлять уравнение или систему уравнений. Встречаются задачи, которые получается решить по действиям.

Решение таких задач сводится к тому, что **необходимо**:

- внимательно прочитать условие, понять, какую величину необходимо найти, в уравнении именно её лучше обозначить за x ;
- составить краткую запись или таблицу, соответствующую условию;
- составить уравнение или систему уравнений, обратив при этом внимание на наименования;
- проверить ограничения на переменные;
- решить полученное уравнение или систему, выполнив алгебраические преобразования;
- провести отбор решений, сделать проверку, записать ответ.

Пример 1. Автобус-экспресс отправился от вокзала в аэропорт, находящийся на расстоянии 120 км от вокзала. Пассажир, опоздавший на 10 минут на автобус, решил добраться до аэропорта на такси. Скорость такси на 10 км/ч больше скорости автобуса. С какой скоростью ехал автобус, если он приехал в аэропорт одновременно с такси?

Решение.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
Автобус	x	$\frac{120}{x}$	120
Такси	$x + 10$	$\frac{120}{x + 10}$	120

Пусть x км/ч – скорость автобуса, $x > 0$.

По условию задачи пассажир опоздал на автобус на 10 минут $= \frac{1}{6}$ часа, тогда:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{1}{6},$$

$$720(x+10) - 720x = x(x+10), x^2 + 10x - 7200 = 0.$$

Решив квадратное уравнение, получим:

$x_1 = 80$ (удовлетворяет условию), $x_2 = -90$ (не удовлетворяет условию). Значит, скорость автобуса равна 80 км/ч.

Ответ: 80.

Пример 2. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Решение. Наименьшее общее кратное чисел 10, 15 и 18 равно 90. За 90 минут первый и второй, второй и третий, первый и третий насосы (каждый учтён дважды) заполняют $9 + 6 + 5 = 20$ бассейнов. Следовательно, работая одновременно, первый, второй и третий насосы заполняют 10 бассейнов за 90 минут, а значит, 1 бассейн за 9 минут.

Ответ: 9.

Пример 3. Моторная лодка прошла против течения реки 99 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть x км/ч – скорость моторной лодки, тогда скорость лодки по течению равна $(x+1)$ км/ч, а скорость лодки против течения равна $(x-1)$ км/ч. На путь по течению лодка затратила на 2 часа меньше, тогда: $\frac{99}{x-1} - \frac{99}{x+1} = 2$; $\frac{99 \cdot 2}{x^2 - 1} = 2$. $2(x^2 - 1) = 2 \cdot 99$ при $x \neq \pm 1$. $x^2 = 100$; $x_1 = 10$, $x_2 = -10$. По смыслу задачи $x > 0$, скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч.

Ответ: 10